ЛОГИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ

Зависимость одного логического высказывания (или логической переменной) от других логических высказываний (или логических переменных, которые называют аргументами функции).

Примеры

$$D = A \rightarrow (B \,\&\, \overline{C})$$

$$D = \overline{(A \equiv B)} \vee (C \rightarrow A)$$

Логические функции описывают с помощь таблиц истинности.
Таблица истинности – такая таблица, где рассматриваются все наборы значений аргументов и соотвествующие им значения самой функции.

$D = A \rightarrow (B \,\&\, \overline{C})$

A	B	C	D
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$C = (\overline{A} \equiv B)$

A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Так как каждый аргумент может принимать только два значения, то количество строк в таблице истинности определяется по формуле 2^N, где N – количество аргументов. Для перебора всех наборов аргументов стоит вспомнить двоичную систему счисления.

$D = \overline{(A \equiv B)} \vee (C \rightarrow A)$

A	B	C	D
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Приоритет логических операций

В начале выполняются действия в скобках, далее в соотвествии с приоритетами.

1	**¬**	Отрицание
2	**&**	Конъюнкция
3	**V**	Дизъюнкция
4	**→** **≡**	Импликация Эквивалентность

Преобразование логических функций (приведение их к компактному виду) – процесс сокращения логических операций в соответствии с законами формальной логики

Пример

$$A \lor \bar{A} \mathbin{\&} B = A \lor B$$

$$A \mathbin{\&} B \lor A \mathbin{\&} \bar{C} \lor \overline{\bar{A} \lor C} = A$$

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Пример сокращения логической функции

$$A \,\&\, B \lor A \,\&\, \bar{C} \lor \overline{\bar{A} \lor C}$$

Преобразуем к более привычному виду записи:

$$A*B + A*C + \overline{\bar{A}+C}$$

Для последнего «слагаемого» воспользуемся законом де'Моргана:

$$A*B + A*C + \bar{\bar{A}}*\bar{C}$$

Применим закон двойного отрицания:

$$A*B + A*C + A*\bar{C}$$

Применим закон дистрибутивности конъюнкции относительно дизъюнкции

(вынесем A за скобки):

$$A * (B + C + \bar{C})$$

По закону непротиворечия $\bar{C} + C = 1$:

$$A * (B + 1)$$

Вспомним свойство дизъюнкции с абсолютной истиной $B + 1 = 1$:

$$A * 1$$

По свойству конъюнкции с абсолютной истиной $A * 1 = A$:

В итоге получаем: **A**

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ ПО ФУНКЦИИ

Алгоритм

1. Преобразовать функцию к компактному виду.
2. Разбить функцию на действия.
3. Составить пустую таблицу с набором всех аргументов.
4. Определить и вписать в таблицу значения промежуточных действий.
5. На основе промежуточных действий определить значение функции для всех наборов аргументов.

Пример

$$F = \overline{A+C} + \overline{A}*B + \overline{A}*C + \overline{C}*\overline{B} + A*B$$

1. $\overline{A+C} + \overline{A}*B + \overline{A}*C + \overline{C}*\overline{B} + A*B = \overline{A}*\overline{C} + \overline{A}*B + \overline{A}*C + \overline{C}*\overline{B} + A*B = \overline{A}*(\overline{C} + B + C) + \overline{C}*\overline{B} + A*B =$

$= \overline{A}*(B + 1) + \overline{C}*\overline{B} + A*B = \overline{A} + \overline{C}*\overline{B} + A*B = \overline{A} + \overline{C}*\overline{B} + B = \overline{A} + \overline{C} + B$ **$F = \overline{A} + \overline{C} + B$**

2. Разобьем на действия: $\overset{1}{\overline{A}} \underset{3}{+} \overset{2}{\overline{C}} \underset{4}{+} B = F$

3. Составим таблицу истинности на $2^3 = 8$ строк.

4. Заполним таблицу по действиям.

5. Выполнение последнего действия и является результатом.

		Действие:	**1**	**2**	**3**	**4**
A	**B**	**C**	$\overline{A}$	$\overline{C}$	$\overline{A}+\overline{C}$	$\overline{A}+\overline{C}+B = F$
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	1